# Analyse préalable d'une activité

Elisa Fenu Hicham Hadir Robinson Cartez

23 novembre 2012

# 1 Enoncé de départ <sup>1</sup>

Un trésor se trouve dans l'une des boîtes numérotées ci-dessous, les autres boîtes sont vides.

Sur chaque boîte il y a une inscription.

Une seule de ces inscriptions dit la vérité.

Où se trouve le trésor?

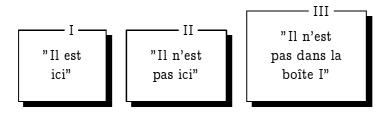


FIGURE 1 - Boîtes numérotées

<sup>1.</sup> Source : Fonctions Logique et raisonnement, MICHEL CHASTELLAIN & JACQUES-ANDRÉ CALAME & MICHEL BRÊCHET, Mathématiques 9-10-11, LEP Editions, 2009

#### 2 Classe

9ème HarmoS.

# 3 Objectifs visés<sup>2</sup>

- 1. Appropriation d'un énoncé
  - (a) Lire attentivement et complètement le problème afin de se mettre en situation, de donner du sens au texte et de se construire une représentation de l'énoncé.
  - (b) Trier les information (utiles ou pas).
  - (c) Représenter les informations sous forme de croquis, tableau, schéma, etc. pour visualiser la situation, si cela est possible et utile.
  - (d) Décrire clairement le but à atteindre.
- 2. Etude systématique de cas : dans les situations pour lesquelles on pense qu'il existe un nombre restreint de possibilités, de solutions etudier tous les cas possibles et chercher à déterminer lesquelles satisfont aux contraintes du problème.

## 4 Insertion de l'activité dans le cursus

#### 4.1 A quels objectifs correspond-t-elle

"Modéliser des phénomènes naturels, techniques, sociaux ou des situations mathématiques" (MSN 35 Plan d'études romand : mathématiques, 3ème cycle).

<sup>2.</sup> Aide-mémoire, Ressources théoriques, Mathématiques 9-10-11

### 4.2 Préciser le thème et la place dans le thème

Thème: Recherche et stratégie.

## 4.3 Type de l'activité

Activité d'introduction, travail de groupe, étude de cas.

# 5 Pré-requis

Pour que les élèves puissent réaliser l'exercice demandé, ils doivent savoir

- 1. ce qu'est une contradiction, dans une première approche, la notion générale de contradiction (sens commun) est suffisante;
- 2. élaborer le **contraire** d'une phrase, c'est-à-dire transformer une phrase en sa négation.

## 6 Procédures de résolution

Dans ce qui suit on note T le trésor, R pour indiquer "rien", 1 pour "vrai", 0 pour faux, B pour "bombe", I, II, III pour le numéro des boîtes, (I), (II), (III) pour les inscriptions des boîtes.

#### 1. Par table des cas possibles.

On construit un tableau de l'occupation des boîtes :

I	II	III
$\mathbf{T}$	R	$\mathbf{R}$
$\mathbf{R}$	$\mathbf{T}$	$\mathbf{R}$
$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	${f T}$

Maintenant on ajoute trois colonnes, chacune correspondant à une des étiquettes, notées (N), où N est le numéro de la boîte. Les cellules des colonnes représentent les valeurs de vérité 0 ou 1 correspondant à la véracité de la phrase sur l'étiquette selon l'occupation de la boîte correspondante (cf. colonnes I, II, III) :

I	II	III	(I)	(II)	(III)
$\mathbf{T}$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	1	1	0
$\mathbf{R}$	$\mathbf{T}$	$\mathbf{R}$	0	0	1
$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{T}$	0	1	1

On ajoute une dernière colonne traduisant les hypothèses et les conditions. C'est-à-dire on traduit "Une seule des inscriptions dit vrai" par l'addition des valeurs de vérité cela doit donner 1 :

I	II	III	(I)	(II)	(III)	(III) + (II) + (II)
${f T}$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	1	1	0	2
${f R}$	$\mathbf{T}$	$\mathbf{R}$	0	0	1	1
$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{T}$	0	1	1	2

On voit clairement que la solution est donnée par la ligne grisée : le trésor se trouve dans la boîte II.

#### 2. Par table des cas possibles selon les inscriptions.

On commence par un tableau dont les colonnes représentent les inscriptions et les cellules les valeurs de vérité possibles :

(I)	(II)	(III)
1	1	1
1	1	0
1	0	1
1	0	0
0	1	1
0	1	0
0	0	1
0	0	0

Puis on détecte quels sont les cas impossibles car violant les hypothèses, ici "Une seule des inscriptions dit vrai". Ces cas sont notés (A), (B) et (C):

(I)	(II)	(III)	cas
1	1	1	
1	1	0	
1	0	1	
1	0	0	A
0	1	1	
0	1	0	(B)
0	0	1	$\bigcirc$
0	0	0	

Puis on réalise que les cas A et B ne peuvent être réalisés, car il y a une contradiction : les deux premières phrases se contredisent : lorsque l'une ou l'autre des inscription est niée (mais pas les deux en même temps!), alors les deux disent que le trésor se trouve dans leurs boîtes respectives, mais ce dernier ne peut se trouver qu'à un seul endroit.

C'est par conséquent le cas C qui peut être réalisé. Les inscriptions ne se contredisent pas et vérifient l'hypothèse, c'est-à-dire qu'une seule dit vrai, ce qui implique que les deux autres sont fausse, autrement dit leur négation est vraie. Il suffit alors de nier les phrases (I) et (II), pour conclure que le trésor se trouve dans la boîte II, car la négation de (II) est "Il est ici", ce qui est vrai.

#### 3. Procédure attendue.

C'est la procédure à laquelle on s'attends, car elle est la plus naturelle. Puisqu'une seule des inscriptions sur les boîtes n'est vraie, on suppose tour à tour l'une des phrases vraie et les autres fausses, on en tire les conséquences, autrement dit s'il y a ou pas contradiction.

- Si (I) est vraie, alors par hypothèse les deux autres inscriptions sont fausses et on doit considérer leur négation. Mais ceci est contradictoire car (I) affirme que le trésor est dans la boîte I et la négation de (II) que le trésor est dans la boîte II, ce qui ne peut être vrai, puisque (I) est vraie (par hypothèse). Donc, ce cas est irrecevable.
- Si II est vraie, alors par hypothèse les deux autres phrases sont fausses. Mais ceci est aussi contradictoire, car III étant fausse par hypothèse sa négation affirme que le trésor se trouve dans la boîte I. Mais I est aussi fausse et sa négation affirme que le trésor n'y est pas. Ce cas est donc irrecevable.
- Si (III) est vraie, alors par hypothèse les deux autres inscriptions sont fausses: (III) affirme que le trésor n'est pas dans la boîte I, ce qui est confirmé par la négation de (I), tandis que (II) affirme que le trésor s'y trouve. Pas de contradiction, avec une et une seule inscription vraie, ce cas est donc le bon. Et le trésor se trouve dans la boîte II.

#### 4. Méthode par tâtonnement.

On suppose au hasard que le trésor se trouve dans la boîte II.

Puisque l'inscription de cette boîte est "Il n'est pas ici", on conclut que la phrase de l'inscription est fausse.

Pour cette même supposition (I), "Il est ici", est aussi fausse.

Par contre, et toujours pour la même supposition, l'inscription de la boîte III, "Il n'est pas dans la boîte I" est vraie et de plus satisfait l'hypothèse selon laquelle une seule des inscriptions dit vrai.

Le trésor se trouve dans la boîte II. Les deux autres choix, sélectionnés au hasard, donnent des contradictions.

#### 5. Raisonnement tronqué, menant à une solution fausse.

C'est le cas d'une fausse bonne réponse.

L'élève analyse les phrases des inscriptions sur les boîtes, tour à tour afin de trouver le trésor.

Il se focalise sur ce que disent les phrases, mais ne tient pas compte de l'hypothèse qui est qu'une seule des phrases dit vraie et encore moins de sa conséquence, à savoir que les deux autres sont fausses.

Alors pour lui, le trésor n'est pas dans la boîte I, car la (III) dit qu'il n'y est pas.

Puis, le trésor n'est pas dans la boîte II, car l'inscription de cette boîte l'affirme.

Et il conclut que le trésor se trouve dans le boîte III, car on ne dit rien sur son contenu, c'est donc qu'il s'y trouve.

# 7 Repérage des variables didactiques

- 1. Ordre des boîtes.
- 2. Question posée à la fin de l'énoncé.
- 3. Contenu des boîtes.
- 4. Nombre de solutions.
- 5. Nombre d'affirmations vraies/fausses.
- 6. Nombre de boîtes.

# 8 Discussion de l'effet des variables didactiques

#### 1. Ordre des boîtes.

On tombe plus facilement sur la solution dans le cas où la phrase vraie se trouve dans l'inscription de la première boîte, c'est-à-dire celle présentée le plus à gauche à l'élève. En effet, l'élève commence en général par la première des boîtes lorsqu'il commence son raisonnement et il trouvera la solution immédiatement et n'ira pas plus loin. L'un des buts est l'étude de tous les cas, on sera attentif à ne pas tomber dans cette situation surtout pour les procédures 3 et 4.

Pour les autres procédures cela ne change rien.

#### 2. Question posée à la fin de l'énoncé.

Selon la question posée à la fin de l'énoncé, le type de procédure appliquée aura une influence sur le résultat.

Si la question est quelle est l'inscription qui dit vrai?, alors la procédure 2 peut être appliquée, et sera plus rapide que la procédure 1 et la procédure 3 reste efficace.

Quand à la procédure 4, elle donnera la bonne réponse dans un temps aléatoire soit immédiatement, si l'on choisit la bonne inscription à analyser dès le début, ou bien plus de temps si cette dernière est choisie à la fin. Dépend fortement du nombre de boîtes.

#### 3. Contenu des boîtes.

Cette variable implique la modification des phrases apposées sur les boîtes

Si les possibilités du contenu des boîtes passe à trois au lieu de deux, c'est-à-dire que l'on ajoute la possibilité d'avoir par exemple une bombe dans l'une des boîtes, alors le nombre de lignes de la table de la procédure 1 augmente:

Ι	II	III
$\mathbf{T}$	В	$\mathbf{R}$
$\mathbf{T}$	$\mathbf{R}$	В
$\mathbf{R}$	$\mathbf{T}$	В
В	$\mathbf{T}$	R
$\mathbf{R}$	В	${f T}$
В	$\mathbf{R}$	$\mathbf{T}$

Et on voit que si l'on pose k le nombre d'objets y compris le "rien", et n le nombre de boîtes, avec  $k \leq n$ , on aura  $n \cdot (k-1)!$  lignes et donc autant de cas à traiter. Si le nombre d'objets n'est pas trop grand, cela ne défavorise pas cette procédure.

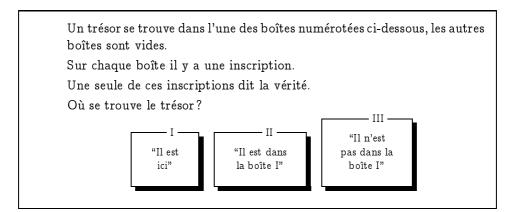
Pour la procédure 2, cela ne change pas le nombre de lignes on reste à  $2^n=2^3$  si l'on veut écrire tous les cas possibles. Cette procédure n'est pas pénalisée.

Cette variable didactique défavorise la procédure de résolution par tâtonnement, étant donné que deviner l'emplacement de deux objets est plus difficile que pour un seul objet.

#### 4. Nombre de solutions.

Cette variable didactique implique aussi un changement dans l'énoncé.

Par exemple pour l'énoncé suivant on a deux solutions possibles :



La procédure 1 donne la réponse :

I	II	III	(I)	(II)	(III)	(III) + (II) + (II)
${f T}$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	1	1	0	2
$\mathbf{R}$	$\mathbf{T}$	R	0	0	1	1
$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{T}$	0	0	1	1

Et les deux solutions sont données par les lignes grisées. La procédure 2 donne :

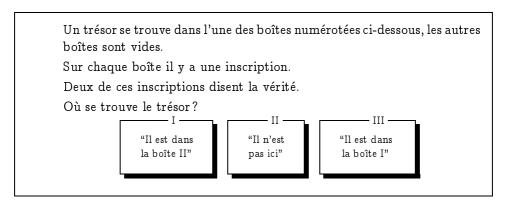
(I)	(II)	(III)	cas
1	1	1	
1	1	0	
1	0	1	
1	0	0	A
0	1	1	
0	1	0	(B)
0	0	1	$\bigcirc$
0	0	0	

Ce qui est le tableau "standard" pour trois boîtes. Ici aussi on est amené à choisir le cas  $\bigcirc$ C, car c'est le seul qui vérifie les hypothèses. Par contre en analysant les phrases des inscriptions on se rend compte que la seule chose que l'on sait est que le trésor ne se trouve pas dans  $\bigcirc$ C. On a donc deux solutions : il est soit dans la boîte II soit dans la boîte III.

La réponse est également trouvée avec la procédure 3, peut-être moins visuelle, moins systématique, et de ce fait plus lente. Donc, les procédures impliquant l'étude de cas ne sont pas influencées dans leur efficacités par cette variable.

Par contre la procédure par tâtonnement semble désavantagée par le manque d'assise due aux deux solutions possibles et au manque de méthode.

5. Nombre d'affirmations vraies/fausses. L'effet de cette variable est étroitement lié à la précédente. Néanmoins, on peut trouver des situations où cette variable est indépendante de la valeur de la précédente. Par exemple soit l'énoncé suivant, pour lequel on a deux affirmations vraies avec une seule solution :



La procédure 1 donne comme résultat :

I	II	III	(I)	(II)	(III)	(III) + (II) + (II)
$\mathbf{T}$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	0	1	1	2
$\mathbf{R}$	$\mathbf{T}$	$\mathbf{R}$	1	0	0	1
$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{T}$	0	1	0	1

Et on a bien 3 boîtes, 2 inscriptions vraies et 1 solution.

Changeons légèrement l'énoncé et supposons la phrase de la boite III égale à "Il n'est pas dans la boîte I". Alors nous aurons 2 solutions avec 2 inscriptions vraies pour trois boîtes. On donne ci-dessous le tableau de la procédure 1 associée :

I	II	III	(I)	(II)	(III)	(I) + (II) + (II)
${f T}$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	0	1	0	1
$\mathbf{R}$	$\mathbf{T}$	$\mathbf{R}$	1	0	1	2
$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{T}$	0	1	1	2

La procédure 2, pour l'énoncé du début de paragraphe, nous donne le tabeau suivant :

(I)	(II)	(III)	cas
1	1	1	
1	1	0	A
1	0	1	В
1	0	0	
0	1	1	(C)
0	1	0	
0	0	1	
0	0	0	

Les cas (A) et (B) sont irrecevables car ils mènent à une contradiction : dans le cas (A) les inscriptions (I) et (II) se contredisent, alors que dans le cas (B) c'est les inscriptions (I) et (III) qui se contredisent.

Le cas  $\bigcirc$  est acceptable et vérifie les hypothèses, on conclut que le trésor se trouve dans la boîte I.

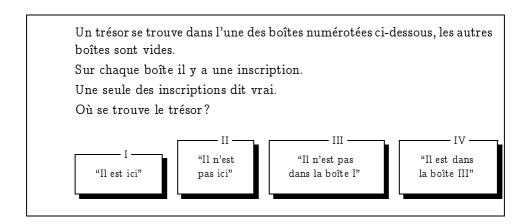
Encore une fois la procédure 3 n'est pas pénalisée par cette variable didactique, puisque conceptuellement avec 3 boîtes si deux des phrases sont vraie l'autre est fausse, et ceci est équivalent en nombre de cas à examiner une vraie deux fausses.

La procédure par tâtonnement souffre des mêmes problèmes que pour l'autre variable, à savoir que cette procédure est moins systématique et mène plus facilement à un sentiment de dépassement par le nombre de cas à examiner. En effet, le tâtonnement n'est pas une méthode précise, qui s'asseoi sur une séquence d'étapes à réaliser. Dans ce sens, on invente sur le moment les notations utilisées et lorsque le nombre de possibilités augmente, l'exercice s'en trouve plus complexe.

## 6. Nombre de boîtes.

En augmentant le nombre de boîtes on constate que la complexité est linéaire pour la procédure 1, vu que l'on commence par poser les contenus possibles des boîtes.

Voyons un exemple pour un énoncé impliquant 4 boîtes. Soit l'énoncé suivant :



Le tableau de cette procédure donne :

I	II	III	IV	(I)	(II)	(III)	(IV)	
$\mathbf{T}$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	1	1	0	0	2
$\mathbf{R}$	$\mathbf{T}$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	0	0	1	0	1
$\mathbf{R}$	R	$\mathbf{T}$	$\mathbf{R}$	0	1	1	0	2
$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{R}$	$\mathbf{T}$	0	1	1	1	3

Et on a bien une seule solution pour 4 boîtes et une seule inscription vraie. Et bien entendu le tésor se trouve dans la boîte II.

Pour la procédure 2 on observe que le tableau grandit comme les puissances de 2. Ainsi en écrivant le tableau on a  $2^4 = 16$  lignes à écrire. Et si l'on applique cette dernière procédure à la lettre cela fait vite beaucoup de lignes à écrire. Cependant, en observant que, par hypothèse, l'une seule des affirmations des inscriptions est vraie on identifie rapidement les 4 cas possibles. Voyons tout de même ce tableau et la solution. On a :

(I)	(II)	(III)	(IV)	cas
1	1	1	1	
1	1	1	0	
1	1	0	1	
1	1	0	0	
1	0	1	1	
1	0	1	0	
1	0	0	1	
1	0	0	0	A
0	1	1	1	
0	1	1	0	
0	1	0	1	
0	1	0	0	В
0	0	1	1	
0	0	1	0	$\bigcirc$
0	0	0	1	(
0	0	0	0	

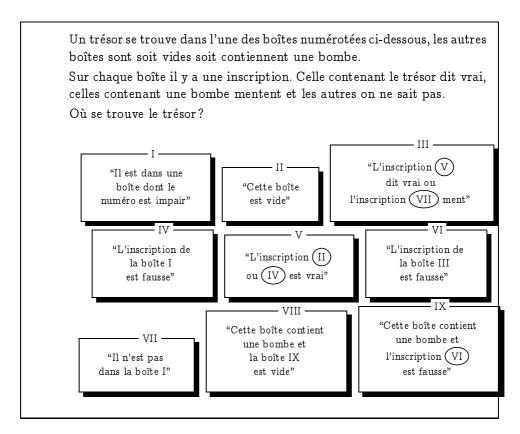
Encore une fois les cas A, B et D conduisent à une contradiction. En effet, dans le cas A, I et II se contredisent; dans les cas B et D, c'est I et III qui se contredisent. Finalement le seul cas acceptable est le C, et comme précédemment, on conclut que le trésor se trouve dans la boîte II.

En ce qui concerne la procédure 3, elle n'est pas pénalisée puisque l'on sait que, si l'on tient compte de l'hypothèse qui dit qu'il y a une seule inscription vraie, alors on n'étudie que quatre cas, sans faire de tableau. En ce sens elle n'est pas pénalisée par la variable. La réponse se trouve de la même façon que ci-dessus.

La procédure par tâtonnement souffre encore une fois des mêmes désavantages que plus haut, et il n'est pas exclu que le nombre de boîtes augmentant complexifie l'analyse des phrases des inscriptions, ceci bien entendu sans méthode d'analyse préalable.

Pour terminer prenons un exemple de neuf boîtes avec deux types de contenu et des hypothèses différentes. Soit l'énoncé  $^3$ 

<sup>3.</sup> Adaptation du problème 12, p.19 de Soyez fous!, RAYMOND SMULLYAN, *Editions Dunod, Paris, 2007* 



Au regard ce cet énoncé on voit immédiatement que l'augmentation du nombre de cellules implique, pour la procédure 2 une table de  $9 \cdot 2^9$  lignes ce qui est impraticable à la main, long et complexe.

D'autre part une analyse des phrases des inscriptions, nous conduit assez vite à réaliser que les deux boîtes intéressantes sont la VIII et la IX. Car d'après les hypothèses une boîte contenant une bombe dit faux et les vides on ne sait pas. Après un moment de réflexion, on arrive à la conclusion qu'il nous faut savoir si ces deux boîtes sont vides ou pas.

D'ailleurs le problème ne peut pas être résolut si l'on ne nous dit rien de plus. Pas résolut dans le sens que l'on veut une seule solution : l'endroit où se trouve le trésor.

Une supposition du contenu de la boîte VIII, et une suite d'implications (style labyrinthe) nous conduit à la solution.

En effet, si on suppose VIII vide, alors on ne sait rien de la véracité de son inscription, et on ne peut pas résoudre.

Supposons alors que VIII n'est pas vide. Dans ce cas elle contient soit une bombe soit le trésor. Si c'est le trésor, alors par hypothèse la phrase de l'inscription dit vrai, c'est-à-dire que la boîte VIII contient

une bombe, ce qui est absurde puisqu'elle contient déjà le trésor. Donc l'inscription de la boîte VIII est fausse et alors la boîte VIII ne contient pas le trésor. Et comme elle n'est pas vide elle contient une bombe. Dans ce cas l'inscription est fausse, c'est-à-dire que la boîte VIII ne contient pas une bombe ou la boîte IX n'est pas vide. Mais comme elle contient une bombe par supposition, la boîte IX n'est pas vide.

Si la boîte IX contient le trésor, alors il y a contradiction, car la phrase de l'inscription dirait vrai.

Alors la boîte IX contient une bombe et alors son inscription est fausse et la boîte IX ne contient pas de bombe ou l'inscription de la boîte VI dit vrai. Comme la boîte IX contient une bombe par hypothèse on a que l'affiche de la boîte VI est vraie.

Ainsi, l'affiche de la boîte III est fausse, il s'en suit que l'affiche de la boîte V est fausse et l'affiche de la boîte VII est vraie.

Le trésor n'est pas dans la boîte I et l'affiche de la boîte II et l'affiche de la boîte IV sont fausses. Il s'en suit que la boîte II n'est pas vide et que l'affiche de la boîte I est vraie. Alors le trésor se trouve dans une boîte dont le numéro est impair.

Donc, puisque à chaque fois que les affiches sont fausses il y a une bombe dans la boîte, celles qui sont impair et dont leurs affiches mentent sont IX, III, V et par l'inscription de la boîte VII, qui est vraie, on sait que le trésor ne se trouve pas dans la boîte I, on conclut que le trésor est dans la boîte VII.

Les procédures 2 et 4 sont à exclure pour résoudre ce problème, même la procédure 1 demande un tableau de  $9\cdot 2^8$  lignes.

Reste que seule la procédure 3 est viable, connaissant l'indice que le contenu de la boîte VIII est déterminant.

#### 9 Possibilité de validation

Ce n'est pas aussi évident. D'une part, on trouve des élèves qui sont rapidement convaincus par l'application des hypothèses aux choix (hypothèses) qu'ils ont fait, résultant sur une non-contradiction globale du système.

On trouve aussi les élèves qui, non contents ou même convaincus par leur résultat (conséquence des choix effectués), sont dans l'hésitation. Ces der-

niers ne pourront être convaincus que lorsqu'ils auront appliqué un procédé leur permettant de visualiser, par exemple un schéma, que toutes les possibilités ont été explorées et que le résultat s'impose par l'application de la méthode.

Cette vérification peut être menée par une table de vérité. Il est évident que les élèves ne peuvent l'appliquer (sauf cas exceptionnel) sans la connaître.

Il reste cependant l'étude de tous les cas découlant des hypothèses faites par les élèves (cf. Annexe, images de résolution possible).

# 10 Valeur choisie pour chaque variable didactique

- 1. Nous mettons la phrase vraie en dernier, c'est-à-dire sur la boîte numéro III.
- 2. La question choisie est "Où se trouve le trésor?". Nous voulons que l'élève fasse la différence entre une phrase juste (la dernière) et l'endroit où se trouve le trésor, ceci est indiqué par la phrase elle-même en II.
- 3. Nous choisissons de n'avoir que deux possibilités, soit un trésor soit
- 4. Pour un début, une solution possible.
- 5. Pour faciliter le traitement des cas, une seule phrase peut être vraie.
- 6. On se limite à trois boîtes.

### 11 Institutionnalisation

Voici une liste de règles nous permettant de mener un débat mathématique :

- 1. Il y a contradiction lorsque deux idées, deux énoncés ou actions, s'excluent l'un l'autre.
- 2. Un énoncé est soit vrai, soit faux, il n'y a pas d'exception.
- 3. Quelques exemples qui vérifient un énoncé ne suffissent pas à prouver que cet énoncé est vrai.

- 4. Lorsqu'on a des hypothèses, des définitions et des contraintes, nous devons les utiliser toutes, afin de mieux cerner le problème et sa résolution.
- 5. Un problème de logique, peut avoir plusieurs solutions, aucune solution ou pas de solution du tout.

Lorsque l'on est face à un problème, on doit en créer un modèle pour se l'approprier, c'est-à-dire créer une représentation simplifiée du problème (schéma, tableau, croquis,...) dans le but de comprendre et d'élaborer une solution.

#### 12 Suites à donner

La suite pourrait être une introduction à la démonstration : que le travail du mathématicien consiste à

- 1. définir des objets (Définitions);
- 2. poser des vérités non démontrables (Axiomes);
- 3. enoncer des théorèmes (Théorèmes), puis de les démonstrer.

Et qu'une démonstration est une suite de propositions dont chacune découle logiquement de la précédente sans contradiction, et qui aboutissent à une dernière proposition, la conséquence de la suite de propositions. Le tout étant une démonstration.

### 13 Annexes

Les trois images suivantes, sont trois solutions possibles données repectivement par un élève du CO (14 ans), un élève de primaire (11 ans) et un autre voulant garder l'anonymat.

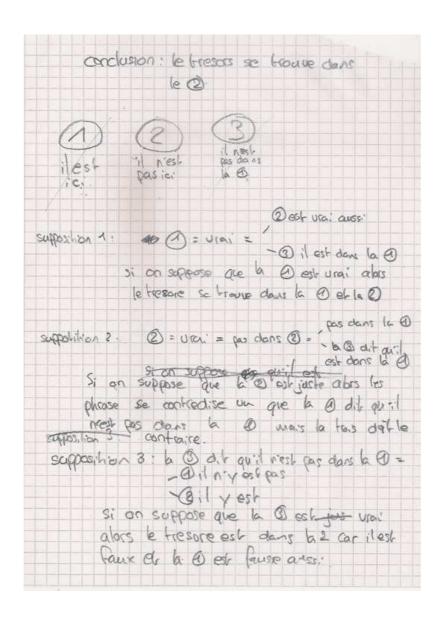


FIGURE 2 - Feuille réponse élève de CO (14 ans).

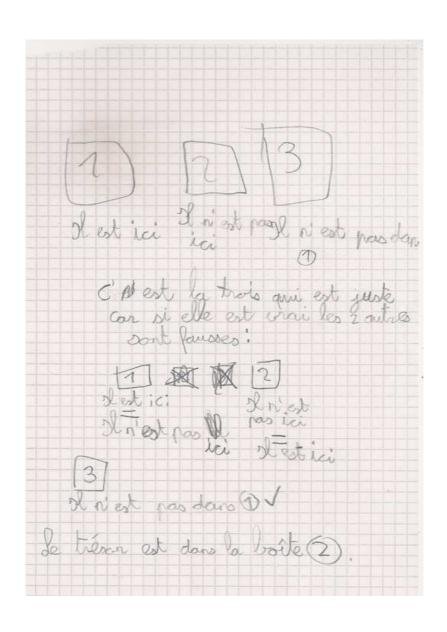


FIGURE 3 - Feuille réponse élève de primaire (11 ans).

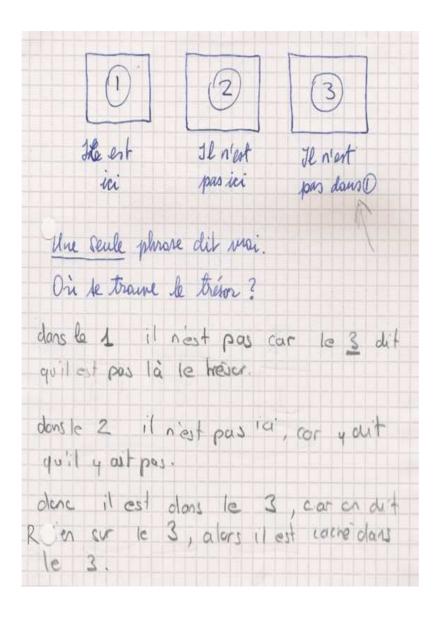


FIGURE 4 - Feuille réponse érronée possible.